

EFEITO MAGNUS APLICADO AO VOLEIBOL

MAGNUS EFFECT APPLIED TO VOLLEYBALL

EFECTO MAGNUS APLICADO AL VOLEIBOL

Alyson Fernando de Barros¹
Roberto Aguilar de Souza Júnior²

Resumo

O objetivo deste artigo é o estudo da física no esporte, especificamente do Efeito Magnus e sua aplicação ao voleibol. Primeiramente, aborda-se historicamente o efeito e a evolução de suas explicações. Além disso, apresenta-se a relação físico-matemática do efeito Magnus, com descrição matemática e interpretação física do fenômeno. Por fim, analisa-se situação real através do software *Tracker* (ferramenta especializada em análise física), para uma discussão sobre física a partir dos resultados das simulações.

Palavras-chave: análise física; Efeito Magnus; física do vôlei; física do esporte.

Abstract

This article objective is to study of physics in sports, specifically the Magnus Effect and its application to volleyball. First, the effect is historically approached and the evolution of its explanations. In addition, the physical-mathematical relationship of the Magnus Effect is presented, with a mathematical description and physical interpretation of the phenomenon. Finally, a real situation is analyzed using Tracker software (a specialized tool in physical analysis), for a discussion about physics from the simulations results.

Keywords: physics analysis; Magnus Effect; volleyball physics; sports physics.

Resumen

El objetivo de este artículo es el estudio de la física en el deporte, específicamente del efecto Magnus y su aplicación en el voleibol. En primer lugar, presenta-se, históricamente, el efecto Magnus y sus explicaciones. Luego, se estudia la relación físico-matemática del efecto Magnus, con descripción matemática e interpretación física del fenómeno. Para finalizar, se analiza una situación real por medio del software *Tracker* (herramienta especializada en análisis físico), para una discusión sobre física a partir de los resultados de las simulaciones.

Palabras-clave: análisis físico; Efecto Magnus; física del voleibol, física del deporte.

1 Introdução

Todos os esportes têm em comum a física que os engloba e explica, porém, alguns fenômenos podem resultar em jogadas curiosas, como é o caso do famoso efeito Magnus. Usado em diversos esportes com objetivos diferentes, o fenômeno é observado há séculos e estudado pelas Ciências Exatas e Tecnologias (CET), por suas aplicações tanto esportivas quanto tecnológicas. O efeito Magnus está presente em superfícies curvas em rotação, como esferas ou cilindros, e se relaciona intrinsecamente com o efeito Coanda, diferindo apenas na assimetria

¹ Acadêmico do curso de Física do Centro Universitário Internacional — UNINTER. E-mail: afb_2312@hotmail.com.

² Docente no Centro Universitário Internacional — UNINTER. E-mail: roberto.so@uninter.com.

de forças causada pela rotação. Pode-se dizer que o efeito Magnus é um caso particular do efeito Coanda.

Apesar de amplamente estudado, as explicações convencionais para o efeito Magnus normalmente se baseiam na equação de Bernoulli, que apresenta algumas limitações, principalmente pelo fato de ignorar a interação do objeto com o fluido. As explicações de Lord Rayleigh, que recorreu a Bernoulli, e de Ludwig Prandtl, por meio de Coanda, não são mutuamente excludentes, pois, atuam em zonas diferentes. Prandtl atribuía o efeito Magnus à camada limite (região do fluido próxima ao corpo, na qual acontece a interação entre fluido e objeto), e Lord Rayleigh argumenta que o efeito acontece em zonas ligeiramente acima do objeto.

Embora o efeito Magnus esteja normalmente relacionado a esportes, como no caso da bola da copa do mundo de 2010, Jabulani, também existem aplicações interessantes na indústria, como o rotor Flettner, inicialmente usado para auxiliar a propulsão de navios em meados de 1920. Com bons resultados, porém, não superiores ao diesel, também se desenvolveram protótipos de aviões baseados no rotor, que não tiveram sucesso devido à instabilidade e forte dependência do vento. Nas últimas décadas, com a crescente preocupação a respeito da sustentabilidade, desenvolveram-se navios com o rotor Flettner, como o E-Ship 1 e o M/S Viking Grace, os quais, apesar de não utilizem apenas os rotores, conseguem diminuir consideravelmente o consumo de diesel. O Viking Grace utiliza cerca de 30% menos combustível, economizando 900 T de carbono que seriam liberados na atmosfera.

Esta pesquisa é norteada pelo uso rotineiro do efeito Magnus no vôlei, responsável por possibilitar saques mais fortes, o que interfere diretamente nas jogadas. Portanto, é necessário descrever a física envolta no esporte e analisá-la em uma situação real. Para a elaboração deste estudo, realizou-se pesquisa bibliográfica nas plataformas SciELO, Google Acadêmico e em repositórios de universidades sobre os efeitos Magnus e Coanda.

2 Metodologia

O corpo da pesquisa é constituído por abordagem qualitativa para compreender o fenômeno e sua aplicação no vôlei, através de pesquisa bibliográfica, como fonte de estudo do efeito, e do software *Tracker*, como recurso para análise, de maneira que se relacionem teoria e prática.

A seleção do tema se deve à utilização recorrente nos esportes, e por seu impacto nas partidas, visto que os jogadores utilizam o efeito para obter benefícios, porém, provavelmente, sem a compreensão do que ocorre durante a jogada.

A abordagem qualitativa, de acordo com Godoy (1995, p. 21) “permite que a imaginação e a criatividade levem os investigadores a propor trabalhos que explorem novos enfoques”. Assim, o pesquisador tem liberdade para explorar novos temas, a partir de estudos prévios, adaptando-os ao contexto desejado.

Buscaram-se artigos e demais trabalhos através do Google Acadêmico, da SciELO, bem como de repositórios das universidades UFSC e UFRJ, pela abundância de artigos nessas plataformas, com destaque para a UFRJ na área de física do esporte.

O efeito Magnus é bem conhecido, há inúmeros artigos em português e em inglês nas plataformas acadêmicas. Em português, as pesquisas normalmente fazem referência ao futebol. Das diversas fontes para a produção deste artigo, as quatro mais relevantes são: *A dinâmica dos fluidos complementada e a sustentação da asa* (2001); *Modelo computacional para a dinâmica de uma bola de vôlei para a definição de estratégias de saque aplicadas* (2012); *Aerodinâmica da Bola de Futebol: da Copa de 70 à Jabulani* (2011); *A aerodinâmica da bola de futebol* (2004).

A partir da compreensão das metodologias dos pesquisadores, assim como das informações e conclusões de suas pesquisas, observaram-se as contribuições desses autores a respeito do efeito Magnus. Identificaram-se também os pontos em que os autores concordam e discordam. Para aprofundamento das compreensões sobre o efeito Magnus, selecionaram-se, principalmente, Weltner (2001), Aguiar (2011) e Luvizotto (2012).

3 O Efeito Magnus

3.1 História e Evolução

O nome *efeito Magnus* homenageia o físico e químico alemão Heinrich Gustav Magnus, que o descreveu em 1852. Entretanto, em 1672, Isaac Newton já havia notado um desvio na trajetória de bolas de tênis em rotação. É interessante ressaltar que Magnus e Newton notaram e descreveram o fenômeno sem maiores detalhes matemáticos. A primeira solução conhecida chegou apenas em 1877, com Lord Rayleigh, cuja utilização das equações de Bernoulli resultou satisfatória para o efeito, porém, incompleta, visto que Rayleigh, ao simplificar o modelo, ignorava as forças de interação do fluido com o objeto. Em 1904, outro físico alemão, Ludwig Prandtl, um dos pioneiros da aerodinâmica, apresentou mais uma solução para o efeito,

baseando-se em forças de adesão entre o ar e o objeto na camada limite (região do fluido próxima ao corpo, na qual as propriedades físicas diferem em comparação com o restante do fluido). Em 1910, o engenheiro aeronáutico Henri Marie Coanda corroborou com Prandtl ao descrever o efeito Coanda, e seu objetivo era relatar o comportamento do ar que escoava sobre a asa dos recém-criados aviões. O efeito Coanda ocorre “Quando um fluido escoar em um fluxo laminar e encontra uma superfície curva pela frente, ele tentará acompanhar o perfil daquela superfície”. Nas décadas seguintes, o fenômeno foi melhor explorado e descrito por diversos físicos como Fletcher Neville, Klaus Weltner e Smith. Tratasse de fenômeno em que a rotação de um objeto imerso em um fluido provoca forças assimétricas sobre o corpo, resultando em um desvio em sua trajetória. A força Magnus será perpendicular ao eixo de rotação do objeto e proporcional à rugosidade, à densidade do ar, ao raio, à área da seção transversal, à velocidade e à velocidade angular. Ainda que Prandtl e Coanda sejam fundamentais para aeronáutica e os cálculos de elaboração estrutural de aeronaves, comumente se explica o efeito Magnus através de Bernoulli, muito por conta de sua simplificação. Rayleigh e Prandtl-Coanda divergem na origem do fenômeno, porém, uma explicação não anula a outra, por atuarem em regiões diferentes, de modo que a explicação do Lord Rayleigh age nas áreas um pouco mais distantes da bola, e o efeito Coanda atua como forças de adesão ou de contato entre a bola e o ar. Assim, a assimetria das forças provocadas pela rotação da bola causa o efeito Magnus.

Essa sucessão de observações, descrições e correções não significam que a ciência esteja errada, apenas revelam seu caráter dinâmico e evolutivo à procura de melhores repostas. Tal flexibilidade traz a possibilidade de correções, que só existe em um sistema constituído por gerações de cientistas que contribuiram para o conhecimento humano ao longo do tempo.

3.2 A Base do Efeito Magnus

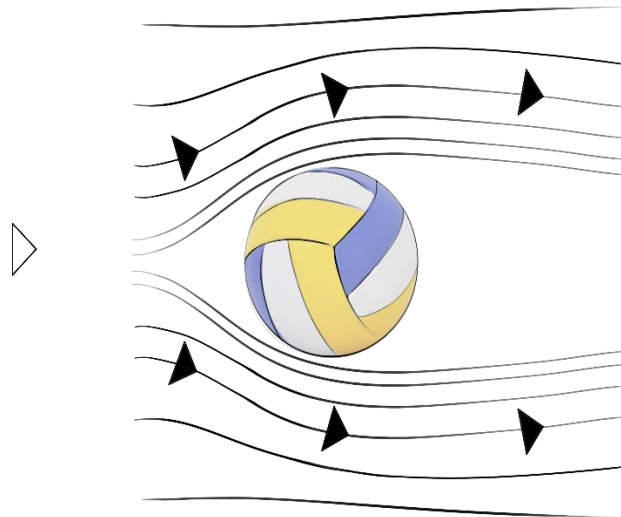
Todo corpo que não está no vácuo é permeado por algum meio, e cada meio possui suas propriedades. Para os fluidos, como a água e o ar, existem forças de adesão e coesão³, a primeira responsável pela interação entre o fluido e o objeto, e a segunda, pela interação entre as moléculas do mesmo material, bem como pela viscosidade do fluido. A viscosidade é a dificuldade de um fluido escoar, o que ocorre pelo deslizamento de uma molécula sobre outra, ou seja, quanto maior a força de coesão, maior a viscosidade do meio. Por exemplo, a viscosidade absoluta da água é de $1,003 \times 10^{-3} Pa \cdot s$, enquanto a viscosidade absoluta do ar é

³ A força de coesão está presente em ambos os estados, porém, para os gases, ela é desprezível, não é capaz de manter o material unido.

de $17,4 \times 10^{-4} Pa \cdot s$. Há a viscosidade cinemática, usada para fluidos em movimento e calculada como $V_c = \frac{\mu}{\rho} [m^2/s]$; a viscosidade absoluta pode ser calculada por diversas formas, uma delas é $\mu = \frac{\tau}{\frac{\partial v}{\partial y}} [N \cdot s/m^2]$. A viscosidade é a principal explicação para o efeito Magnus na compreensão de Prandtl e Coanda.

Segundo a explicação de Bernoulli, consiste na rotação de um objeto, a qual altera ligeiramente a densidade do ar em seu entorno. Como o foco deste estudo é a bola de vôlei, a esfera é o objeto e o ar o meio. A bola, ao se deslocar pelo ar, encontrará um fluxo de ar no sentido contrário, como ilustrado abaixo, situação semelhante à quando uma pessoa, ao correr, sente o ar contra o corpo, pois, colide com moléculas do ar durante a locomoção. Assim, pela ação e reação, sente o contato com o vento, e quanto mais rápido é o deslocamento, mais moléculas se chocarão contra o seu corpo por intervalo de tempo, o que lhe causa a sensação de aumentar a velocidade do vento.

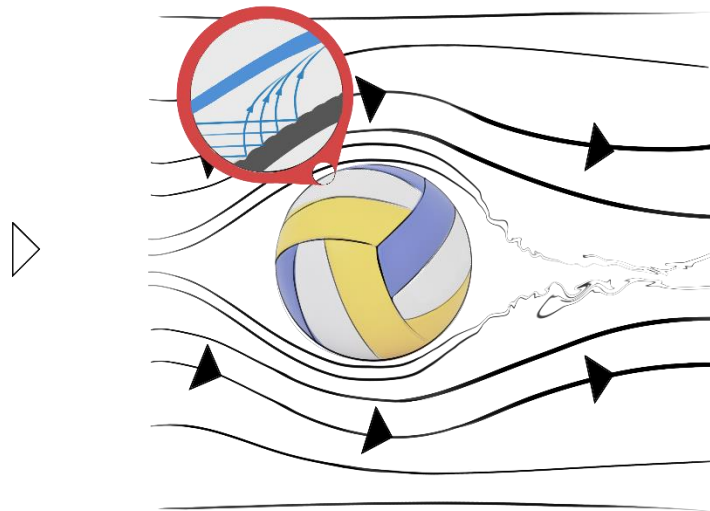
Figura 1: Fluxo de ar contornando a bola



Fonte: Michel Machado do Couto (2021).

As moléculas de ar presentes no ambiente têm inércia, portanto, não se dispersam instantaneamente de forma homogênea, mas geram zonas de ar mais comprimido ao redor da bola. Intuitivamente, sabe-se que dois fatores podem alterar a quantidade de ar compactado, a rugosidade da bola, pois, quanto mais rugosa, mais interações a bola fará com o ar, e a velocidade. Quanto mais rápido, mais moléculas é possível compactar antes que se dispersem. Não é à toa que carros em alta velocidade percebem vento mais intenso, maior força de resistência do ar.

Figura 2: Camada limite (Interação do ar com a bola)

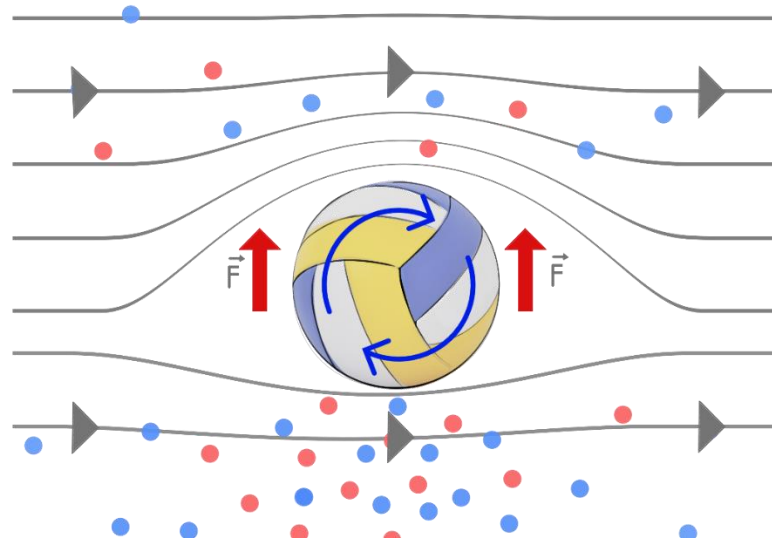


Fonte: Michel Machado do Couto (2021).

3.2.1 A Explicação do Lord Rayleigh e a Equação de Bernoulli

Ao se mover em rotação pelo espaço, a bola cria camadas de ar comprimido com uma diferença de pressão entre as extremidades, pois, em uma destas, o ar em atrito com a bola (vide Figura 2) é empurrado no mesmo sentido do fluxo de ar atravessado pela bola. Na outra extremidade, a rotação vai contra o fluxo, de modo que o ar é contido pelo atrito. Tais interações entre a bola e o ar provocam diferenças de pressão, porque há menor quantidade de moléculas no ponto em que o ar é acelerado, o que cria uma zona de baixa pressão, e, na região na qual o ar é refreado, acumulam-se moléculas que aumentam a pressão.

Figura 3: Compactação das moléculas e aumento da pressão

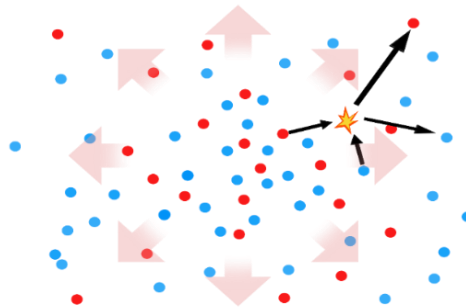


Fonte: Michel Machado do Couto (2021).

Diferenças de pressão causam movimentações de ar, porque zonas mais densas geram maior número de colisões entre as moléculas que compõem o ar, e esses contatos fazem os gases se espalharem naturalmente até entrarem em equilíbrio de concentração. Portanto, é correto afirmar que fluidos tendem a se mover de zonas de maior pressão para de menor pressão. Logo, constata-se que o ar da parte superior da bola se expandirá em todas as direções, inclusive para baixo, e assim empurrará a bola e provocará um desvio em sua trajetória.

Pela análise da equação de Bernoulli ($P_1 + \rho gh_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = P_2 + \rho gh_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}$), percebe-se que, quando a velocidade aumenta, para manter a igualdade (equilíbrio), a densidade (ρ) diminui, e densidades diferentes causam pressões diferentes. De modo que se mantenha o equilíbrio, as moléculas novamente se deslocam e buscam concentração homogênea, pois, a natureza sempre busca estados de equilíbrio.

Figura 4: Moléculas se dispersando em busca de equilíbrio termodinâmico

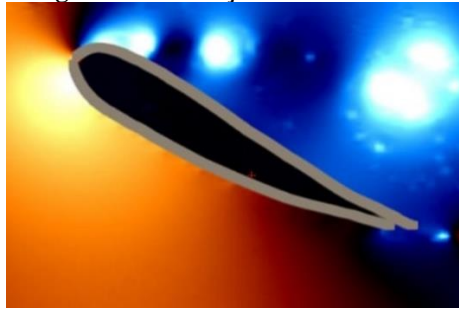


Fonte: Michel Machado do Couto (2021).

Através da diferença de pressão, a equação de Bernoulli explica de forma satisfatória o efeito Magnus, porém, não considera o atrito do objeto com o fluido, chamado viscosidade. Por conta disto, posteriormente surgiram formas mais completas de descrever esse efeito.

Há alguns simuladores aerodinâmicos como o aplicativo *WindTunnel*, que permitem a visualização da diferença de pressão. A Figura 5 simula uma asa de avião com o ângulo de ataque, na qual é possível notar, em cima da asa, zonas de baixa pressão que promovem a sustentação da aeronave.

Figura 5: Simulação da asa de avião



Fonte: Printscreen App WindTunnel (2021).

3.2.2 Contradições de Bernoulli

A explicação do Lord Rayleigh, que recorreu a Bernoulli, apresentava limitações decorrentes da elaboração a partir de condições ideais nas quais há um fluido incompressível cujo fluxo é constante. Ademais, a explicação de Rayleigh ignorava a viscosidade do fluido, propriedade de escoamento que faz as partículas aderirem umas às outras. Portanto, quanto maior a aderência intermolecular, maior a viscosidade, e, conseqüentemente, mais difícil será para o líquido escorrer. Como apenas fluidos ideais não possuem viscosidade, fica claro que a explicação do efeito Magnus através de Bernoulli não estava completa, como demonstra o artigo *A dinâmica dos fluidos complementada a sustentação da asa*.

Na explicação convencional da sustentação da asa, causa e efeito estão trocados. A maior velocidade do ar acima da asa não é a causa mas sim a consequência de uma pressão menor nesta região. (ESPERIDIÃO, 2001, p. 440).

Em suma, a explicação original atribui à velocidade a diferença de pressão, enquanto na explicação baseada em Coanda, a perda de aderência de um lado provoca forças de adesão assimétricas que causam diferença de pressão e aumento de velocidade.

3.2.3 Efeito Magnus Para Prandtl e Coanda

Ludwig Prandtl observou que o efeito Magnus estava relacionado a interações do fluido na camada limite com o objeto, e Henri Coanda demonstrou que fluidos tendem a acompanhar a superfície de objetos. Em outras palavras, existem forças de adesão entre o objeto e o fluido. Atualmente, há vários experimentos e fatos cotidianos em que se podem observar a atuação do efeito Coanda, tais como: um suco escorrendo pela parede externa da jarra quando a borda é arredondada, ou a água que contorna beiradas e forma gotas em vez de cair; como experimento simples, aproxima-se uma colher de um fluxo laminar de água, no que se percebe a curva da água, bem como se pode sentir uma força puxar a colher. Pela terceira lei de Newton, a força

que o fluido exerce sobre o objeto é igual à força que o objeto exerce sobre o fluido, portanto, não apenas o fluido é desviado, como o objeto também é puxado e muda sua posição. Em relação ao ar, um simples experimento consiste em colocar uma garrafa de vinho entre o experimentador e uma vela, que se apagará ao ser soprada, porque o ar contornará a superfície da garrafa e extinguirá o fogo, o que prova o efeito Coanda.

Para bolas em suspensão, qualquer força atuante sobre elas provocará desvios na trajetória. Quando uma bola corta o ar sem giro, o ar a contornará, mas não provocará força assimétrica, tendo em vista que as forças de adesão se equilibram em toda a bola. Porém, quando adicionado um giro à bola, o ar aderente à superfície dela perderá sustentação mais cedo no lado oposto ao da rotação, e percorrerá um caminho maior aderido à bola no lado do fluido que acompanha a rotação. Dessa forma, além de provocar uma deflexão do fluxo de ar que escoar pela superfície, a rotação também causará um desvio na trajetória da bola, visto que um lado está em contato com mais ar, em que há maior força de adesão.

Figura 6: Fluxo de ar passado por um superfície curva sem e com rotação



Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=eaHBA6O92Pw&t=507s>. Acesso em: 2 ago. 2021.

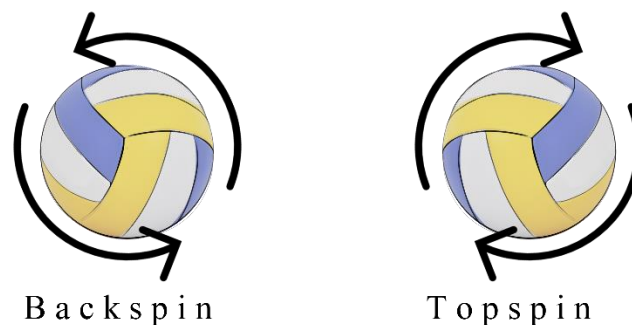
3.3.1 Efeito Magnus no Esporte

Nos esportes em geral se compete contra alguém, e a utilização de técnicas em que a bola descreve uma trajetória não usual proporciona vantagem sobre o adversário, mas a estratégia empregada depende dos objetivos. Em esporte como baseball, golfe, basquete e frisbee o objetivo é fazer a bola ir mais longe, de maneira que o giro da bola deve ser de cima para baixo, rotação feita de forma intencional. Embora os jogadores provavelmente não conheçam o fenômeno envolvido na rotação, chamada *backspin*, sabem que assim conseguem fazer a bola ir mais longe.

Em esportes como futebol, tênis ou tênis de mesa, a intenção é dificultar a recepção do adversário ou contornar obstáculos, e para tanto se aplicam giros laterais. No vôlei, em que o objetivo é fazer a bola cair antes na quadra, a rotação vertical de baixo para cima é chamada *topspin*, usada não somente para dificultar a recepção do adversário, mas também por uma

limitação do espaço da quadra, que possui apenas 18 metros. Além disso, quanto maior a velocidade, mais retilínea será a trajetória descrita pela bola. Deste modo, se o jogador não se encontra próximo da rede (maior ângulo para o corte), há um limite de velocidade que pode usar para a bola não sair da quadra. Entretanto, apropriando-se do efeito Magnus, é possível sacar mais forte sem que a bola aumente sua velocidade angular no sentido *topspin*. A velocidade tangencial em saques fortes ficam em torno de 120 km/h, cujo recorde é de 134 km/h. Tal velocidade não é apenas por limitação física, mas também porque saques fortes tendem a ir para fora.

Figura 7: Nomenclatura do sentido de rotação da bola



Fonte: Michel Machado do Couto (2021).

3.3.2 O Efeito Magnus no Vôlei

Ao sacar, os jogadores entram cerca de 1 metro na quadra. A distância que encurtam ao pular diminui o tempo em que a bola levará para atingir a quadra adversária, além de o pulo aumentar a amplitude de ângulos em que o jogador pode acertar a bola. Considerando que em um saque forçado no vôlei o tempo que a bola leva do momento em que o jogador toca nela até a queda seja em torno de 0,65s, e o coeficiente de arrasto para a bola seja de 0,45s, pode-se calcular a velocidade máxima com a qual os jogadores poderiam sacar sem que a bola saísse da quadra. Para tanto, utiliza-se a equação do movimento para o arrasto quadrático $x = x_0 + \frac{v_0 * m}{c} * \ln(1 + \frac{t}{\frac{m}{c}})$, obtendo a velocidade máxima de aproximadamente 30 m/s, ou cerca de 108 km/h, de modo que qualquer velocidade acima disto deveria, em tese, ir para fora. Entretanto, saques fortes no vôlei podem passar de 120 km/h, a exemplo do jogador italiano Ivan Zaytsevque, que frequentemente alcança a marca dos 130 km/h, diferença de velocidade que se torna empecilho gigantesco ao receptor, por diminuir o intervalo para reação. Sobre isto, segundo o artigo *Medidas de tempo de reação simples em jogadores profissionais de voleibol*,

de 2006, o tempo médio de resposta dos jogadores é de $0,57s \pm 0,32s$, já bem perto do tempo de queda da bola.

Para utilizar o efeito Magnus no vôlei, o jogador lança a bola para cima um pouco antes do saque com uma rotação *topspin*, dando a maior parte da rotação da bola durante o movimento inteiro. Ao atingir a bola, acentua-se sua rotação, aumenta-se a velocidade angular, logo, o efeito Magnus atuante na bola.

3.3 A Relevância do Efeito Magnus

Embora a teoria seja interessante, é necessário calcular analiticamente a força Magnus para se ter melhor noção do seu impacto na posição final da bola. A força Magnus pode ser escrita da seguinte forma:

$$F_M = \frac{1}{2} C_M \rho A r (\vec{v} \times \vec{\omega}) \quad (1)$$

Onde:

C_M - Coeficiente de Magnus

ρ - Densidade do ar

A - Área da bola

r - Raio

w - Velocidade Angular

v - Velocidade Linear

Como C_M , ρ , A, r são constantes, é possível chamá-las simplesmente por uma letra qualquer, por exemplo, S. Portanto:

$$F_M = S (\vec{v} \times \vec{\omega}) \quad (2)$$

Ao realizar o produto vetorial, tem-se:

$$F_M = S \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ v_x & v_y & v_z \end{bmatrix} = S [(\omega_y v_z - \omega_z v_y) \vec{i} + (\omega_z v_x - \omega_x v_z) \vec{j} + (\omega_x v_y - \omega_y v_x) \vec{k}] \quad (3)$$

Ao separar as componentes, tem-se:

$$F_{M_x} = S(\omega_y v_z - \omega_z v_y) \vec{i} \quad (4)$$

$$F_{M_y} = S(\omega_z v_x - \omega_x v_z) \vec{j} \quad (5)$$

$$F_{M_z} = S(\omega_x v_y - \omega_y v_x) \vec{k} \quad (6)$$

Sabendo que a força de resistência do ar é dada por $F_r = \frac{1}{2} C_a \rho A v^2$, pode-se calcular as forças que atuam sobre a bola durante o percurso.

$$\sum F = m\ddot{x} = P(\vec{j}) - F_r(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}) + F_M(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}) \quad (7)$$

Decompondo, tem-se:

$$F_x = m\ddot{x} = -\frac{1}{2} C_a \rho A v_x^2 + S(\omega_y v_z - \omega_z v_y) \quad (8)$$

$$a_x = -\frac{C_a \rho A v_x^2}{2m} + \frac{S(\omega_y v_z - \omega_z v_y)}{m} \quad (9)$$

Em y:

$$F_y = m\ddot{y} = -mg + \frac{1}{2} C_a \rho A v_y^2 + S(\omega_z v_x - \omega_x v_z) \quad (10)$$

$$a_y = -g + \frac{C_a \rho A v_y^2}{2m} + \frac{S(\omega_z v_x - \omega_x v_z)}{m} \quad (11)$$

Em z:

$$F_z = m\ddot{z} = -\frac{1}{2} C_a \rho A v_z^2 + S(\omega_x v_y - \omega_y v_x) \quad (12)$$

$$a_z = -\frac{C_a \rho A v_z^2}{2m} + \frac{S(\omega_x v_y - \omega_y v_x)}{m} \quad (13)$$

Observe-se que as equações dependem mutuamente, isto é, são acopladas e não possuem resolução simples, porém, pode-se encontrar uma aproximação por meio de $v_x \gg v_y$ e $v_x = 0$, resultando em:

$$a_x = \frac{S(\omega_y v_z - \omega_z v_y)}{m} \quad (14)$$

$$a_y = -g + \frac{C_a \rho A v_y^2}{2m} \quad (15)$$

$$a_z = \frac{S(\omega_x v_y - \omega_y v_x)}{m} \quad (16)$$

Considerando $g \gg \frac{C_a \rho A v_y^2}{2m}$, o resultado é a conhecida aceleração em y.

$$a_y = -g \quad (17)$$

Integrando em função do tempo:

$$v_y = -gt \quad (18)$$

Substituindo (18) em (14) e (16):

$$a_x = \frac{S(\omega_y v_z + \omega_z g t)}{m} \quad (19)$$

$$a_z = \frac{S(-\omega_x g t)}{m} \quad (20)$$

Integrando a_z em relação ao tempo:

$$v_z = \frac{S(-\omega_x g t^2)}{2m} \quad (21)$$

Integrando novamente, encontra-se a posição z:

$$z = \frac{S(-\omega_x g^3)}{6m} \quad (22)$$

Substituindo (21) em (19):

$$a_x = \frac{S}{m} \left[\omega_y \frac{-S\omega_x g t^2}{2m} + \omega_z g t \right] \quad (23)$$

Integrando a_x em relação a t

$$v_x = \frac{S}{m} \left[\left(\frac{-S\omega_x \omega_y g t^3}{6m} \right) + \frac{\omega_z g t^2}{2} \right] \quad (24)$$

Integrando v_x em relação ao tempo, encontra-se a equação para a posição em x:

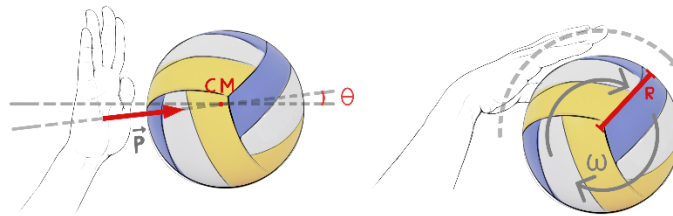
$$x = \frac{S}{m} \left[\left(\frac{-S\omega_x \omega_y g t^4}{24m} \right) + \frac{\omega_z g t^3}{6} \right] \quad (25)$$

A equação acima, apesar de boa aproximação, torna difícil uma comparação prática, por exigir os valores de ω_x, ω_y e ω_z , que são difíceis de obter sem auxílio de um software especializado.

A partir do valor das acelerações em cada eixo, das dimensões, da massa da bola, da densidade do ar e do coeficiente de arrasto produzido pela rugosidade, que são constantes, compreende-se que as velocidades lineares e angulares provocam um aumento no efeito Magnus. As velocidades lineares representam a velocidade que o jogador transfere para a bola entre os centros de massa da bola e da mão do jogador; as angulares, a velocidade de rotação que o jogador consegue aplicar. Nota-se que, para melhor aproveitamento do efeito Magnus, tanto o momento linear quanto o angular devem ser os maiores possíveis. Contudo, na prática, isto não é viável, visto que o momento linear é dado por $\vec{P} = m \cdot \vec{v} = mv \cos(\theta)$, enquanto o

momento angular é dado por $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} = rmv\text{sen}(\theta)$, ou seja, o momento angular é máximo quando R é máximo, e quando $\text{sen}(\theta) = 1$ logo $\theta = 90^\circ$, em outras palavras, quando a mão passa de raspão pela bola. Entretanto, $v\text{cos}(90) = 0$ logo $\vec{P} = 0$, assim, sabe-se que o F_M será máxima em $\theta=45^\circ$, proporcionando o maior desvio possível para uma determinada velocidade.

Figura 8: Transferência de momentos



Fonte: Michel Machado do Couto (2021).

O desvio máximo não significa o saque mais efetivo, pois, desta maneira, aumenta-se o tempo que a bola levará para tocar o solo da quadra adversária. Portanto, o saque ideal⁴ seria aquele em que o momento linear é priorizado, isto é, os ângulos pequenos, de forma que a velocidade da bola aumente, porém, não tão pequenos a ponto de a bola não conseguir passar da rede ou não explorar o efeito Magnus. Em jogos, aplica-se uma técnica simples para aproveitar a velocidade angular aumentando a rotação sem comprometer muito a velocidade linear no momento do saque, porque consiste em jogar a bola para cima já com um movimento de rotação, e depois acentuando na troca de momentos.

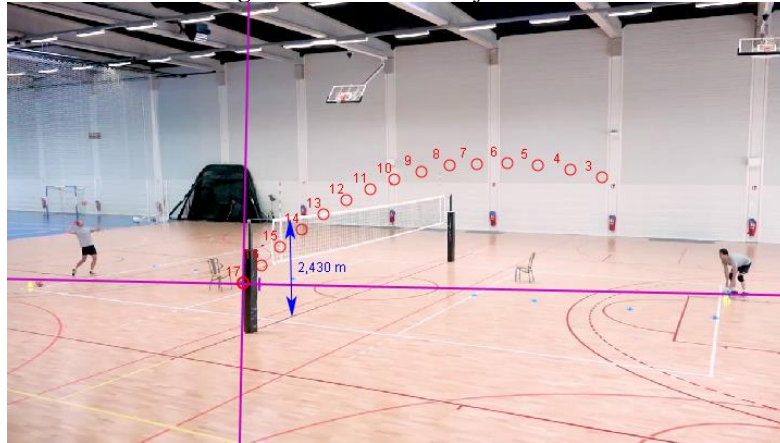
Analisando as equações (9), percebe-se que, quando a bola é rotacionada na vertical (eixo y), cria-se velocidade angular ω_y , o que provoca aceleração no eixo x e interfere em onde cairá a bola, se mais para frente, ou mais para trás, dependendo do sentido do giro, fato que explica o uso do efeito Magnus no vôlei. Em esportes como o futebol, em que se deseja alterar o movimento na horizontal (provocar aceleração em z), deve-se causar velocidade angular no eixo x. Rotacionando o eixo z, afeta-se a aceleração em y. Contudo, na prática, este é um movimento difícil em termos biomecânicos, sendo improvável sua utilização em algum esporte.

⁴ Sabendo que tanto ângulos pequenos quanto grandes entre a bola e a mão possuem vantagens e desvantagens, para saber o melhor ângulo é necessário um estudo prático.

3.4 Aplicação em Simulador

A situação escolhida para estudo é um treinamento de saques da *Sikana Esportes*, em parceria com a Federação Francesa de Voleibol.

Figura 9: Análise da trajetória da bola



Fonte: Software Tracker (2021).

A Figura 9 apresenta, em roxo, as coordenadas cartesianas alinhadas com a trajetória da bola para análise em 2D. Em azul, está a escala utilizada como parâmetro, visto que a rede mede 2,43 metros. Em vermelho estão os pontos por onde a bola se deslocou. A imagem a seguir mostra os dados da trajetória analisada pelo software.

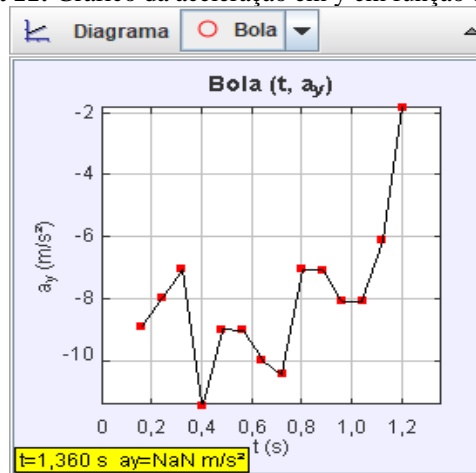
Figura 10: Dados colhidos da simulação

Dados ○ Bola ▼ Gaps ▲				
t (s)	x (m)	y (m)	v (m/s)	v _x (m/s)
0,000	11,95	2,135		
0,080	10,94	2,435	12,83	-12,27
0,160	9,987	2,736	12,05	-11,71
0,240	9,062	2,888	11,08	-10,89
0,320	8,244	3,064	10,37	-10,22
0,400	7,427	3,175	9,966	-9,929
0,480	6,655	3,202	9,642	-9,641
0,560	5,885	3,164	9,248	-9,229
0,640	5,179	3,106	8,919	-8,810
0,720	4,475	2,942	8,963	-8,657
0,800	3,794	2,734	8,638	-8,107
0,880	3,178	2,464	8,334	-7,560
0,960	2,584	2,173	8,326	-7,281
1,040	2,013	1,818	8,504	-6,997
1,120	1,465	1,400	8,597	-6,718
1,200	0,938	0,960	8,440	-6,174
1,280	0,477	0,479	8,145	-5,772
1,360	1,463E-2	4,061E-2		

Fonte: Software Tracker (2021).

Através da equação de movimento com arrasto quadrático $x = x_0 + \frac{v_{0x} * m}{c} * \ln(1 + \frac{t}{\frac{m}{v_{0x}}})$, e substituindo os valores da velocidade inicial (12,27 m/s) e do tempo (1,36s) na equação, encontra-se a distância esperada de 16 metros, porém, na situação real, a distância percorrida foi de 11,95 metros. Porquanto a equação de movimento não preveja a rotação do objeto, a diferença de cerca de 4 metros, ou 25%, é fato expressivo. Assim, acentuados pela rotação da bola e pelo tempo da trajetória, saques mais fortes, conseqüentemente mais rápidos, terão um desvio menos acentuado, mas igualmente relevante. Para estudar o efeito Magnus é imprescindível observar o comportamento da aceleração no eixo y.

Figura 11: Gráfico da aceleração em y em função do tempo



Fonte: Software Tracker (2021).

A Figura 11 mostra que a aceleração em y não é constante, sendo assim, a simplificação usual na física, isto é, $a_y = -g$, com valor fixo de 9,8 m/s, não corresponde exatamente à realidade. O software analisa a aceleração a partir do segundo ponto dado, para o qual há $a_{y2} = 8,89m/s^2$ abaixo do valor da gravidade, como há apenas três forças atuantes durante quase todo o percurso, e a gravidade é constante. Então, sabe-se que a variação de a_y é dada pela relação entre a resistência do ar e a força Magnus, a primeira proporcional a v_y^2 , enquanto a segunda aumenta proporcionalmente a v_x . Assim, durante o percurso, a força magnus e a resistência do ar oscilam e a diferença entre elas provoca variação em a_y , e nos momentos finais da queda há redução brusca de a_y , em que se têm dois fatores responsáveis pela redução. O primeiro diz respeito a v_y , que nos momentos finais está maior, devido ao maior ângulo com a horizontal, e o segundo fator é o efeito solo, em que o escoamento de ar entorno de um objeto é alterado pelo solo, formando um “colchão” de ar e aumentando a força de resistência.

Outra situação relevante para o saque é o momento em que o jogador arremessa a bola para cima e se prepara para o corte. Apesar de a jogada costumeiramente não chamar atenção, há quatro coisas interessantes que se podem destacar aqui, isto é, a preparação para o efeito Magnus, o aumento de energia cinética, a diminuição da distância em relação à quadra do adversário e o aumento da altura de corte. Com auxílio do *Tracker*, pode-se explorar tal momento.

Figura 12: Saque campeonato mundial de vôlei 2018



Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=FRJdfuIAcbI>. Acesso em: 2 ago. 2021.

- Preparação para o efeito Magnus: existem dois momentos em que o jogador pode aplicar a rotação na bola; o primeiro, quando é lançada para cima, e o segundo, no instante do corte. Neste, o jogador foca em aumentar a velocidade horizontal da bola, colocando menos preocupação na rotação. Assim, o primeiro momento é perfeito para rotacionar a bola sem prejuízo algum na velocidade do saque. Como se verifica nos dados colhidos pelo software, a velocidade é de $36,6 \text{ m/s}$ e $v_x = 36,56 \text{ m/s}$, descrevendo um ângulo de $3,8^\circ$ com a horizontal, portanto, a maior parte da rotação da bola foi aplicada no primeiro momento, de modo que o segundo momento serviu apenas como acentuador do momento angular.

Figura 13: Dados colhidos da simulação

t (s)	x (m)	y (m)	v (m/s)	v _y (m/s)	v _x (m/s)
0,267	-10,63	5,507	8,863	8,863	0,000
0,400	-10,63	6,567	7,208	7,182	0,611
0,534	-10,46	7,424	5,126	5,043	0,917
0,667	-10,38	7,914	2,805	2,445	1,375
0,801	-10,10	8,077	1,859	-0,306	1,834
0,934	-9,892	7,832	2,256	-1,070	1,987
1,068	-9,566	7,791	2,967	-2,445	1,681
1,201	-9,443	7,179	5,383	-5,349	0,611
1,335	-9,403	6,364	6,724	-6,724	0,000
1,468	-9,443	5,385	9,519	-9,475	-0,917
1,602	-9,647	3,834	11,31	-11,16	-1,834
1,735	-9,933	2,407	10,01	-9,933	1,223
1,869	-9,321	1,183	22,69	-4,890	22,16
2,002	-4,018	1,101	36,60	-2,445	36,52
2,135	0,428	0,530	37,88	-7,488	37,13

Fonte: Software Tracker.

- Energia cinética: nesse saque a altura máxima alcançada foi de 8 metros, portanto, calculando a energia potencial da bola, tem-se

$$E_p = mgh = 0,27 * 9,8 * 8 = 21,186J \quad (26)$$

Essa energia potencial é transformada em cinética quando cai, e direcionada para a horizontal no momento do corte. Deste modo, ao arremessar a bola para cima o jogador também aumenta a velocidade do saque. A resistência do ar e o atrito com a mão diminuem ligeiramente a energia cinética ganha.

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} * 0,27 * 37,13^2 = 186,12J \quad (27)$$

Logo, sem considerar o atrito com o ar e com a mão do jogador, a energia ganha pelo fato de arremessar a bola para cima é de aproximadamente 11,4%

- Ao pular, o jogador tipicamente acerta a bola a um metro dentro da quadra, em um saque de 37 m/s, o que significa que os jogadores adversários terão 2,7 ms a menos para reagir.
- Ao sacar em solo, um jogador de 1,90 m alcançaria cerca de 2,5 m, um pouco maior do que a rede de vôlei, isto implica que, para passar a rede, é necessário aplicar um v_y maior aumentando o tempo do movimento, ao saltar, o mesmo jogador poderá atingir cerca de 3,5 m, abrindo um ângulo de aproximadamente 7,62º entre o topo da rede e a bola no momento do saque, podendo fazer saques priorizando a velocidade em x e diminuindo o tempo total da trajetória. Por meio das equações da cinemática simples, tem-se

$$x = x_0 + v_{0_x}t \quad (28)$$

Considerando x₀ = 0 e isolando t, tem-se:

$$t = \frac{x_0}{v_{0x}} \quad (29)$$

Sabendo que $v_{0x} = v_0 \cos(\theta)$

$$t = \frac{x_0}{v_0 \cos(\theta)} \quad (30)$$

Portanto $\cos(\theta)$ é inversamente proporcional ao tempo, logo t mínimo será dado quando $\cos(\theta)=0$, na prática ângulos pequenos, assim o salto ao sacar proporciona mais uma vantagem.

4 Considerações finais

Constatou-se, teoricamente, que o efeito Magnus relaciona aceleração e rotação entre eixos ortogonais por meio de equações acopladas, o que significa que, matematicamente, acontecimentos simultâneos interferem mutuamente e não possibilitam a resolução de uma equação separadamente. Para o voleibol, tanto a aceleração no eixo x quanto no y são relevantes, pois, determinam a distância percorrida pela bola. Como se almeja percorrer a menor distância possível com a maior força para encurtar a diferença entre o tempo de reação do adversário e o tempo de queda da bola, utiliza-se a rotação *topspin*.

Além disso, a aceleração não é constante, varia com as componentes da velocidade descritas teoricamente e observadas experimentalmente analisando saques por meio do software *Tracker*, o qual, apesar das limitações, é um excelente vetor de análise física que fornece dados precisos para o estudo. As limitações dizem respeito a análises de movimento 3D e a gravações em movimento. A primeira limitação pode ser contornada ao se ajustarem os eixos nos ângulos corretos, e a segunda, somente escolhendo vídeos com a câmera fixa, visto que o movimento descalibra a proporção fornecida ao software. O artigo deixa o questionamento sobre os melhores ângulos para o saque, dúvida que pode ser sanada com estudos experimentais futuros complementares a este trabalho.

5 Agradecimentos

- À UNINTER e aos professores da Iniciação Científica, pelo suporte e os ensinamentos;
- Ao Professor Roberto de Souza Júnior, pelas orientações;
- Ao amigo Michel Machado do Couto, pela produção das ilustrações;
- Aos colegas, pelo aporte e compartilhamento de conhecimento.

Referências

AGUIAR, C. E. **Aerodinâmica da bola de futebol**: da Copa de 70 à Jabulani. Instituto de Física. Rio de Janeiro: UFRJ, 2011.

AGUIAR, C. E.; RUBINI, G. A Aerodinâmica da Bola de Futebol. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 26, n. 4, p. 297-306, 2004. DOI <https://doi.org/10.1590/S1806-11172004000400003>

EFFTING, G.; VIANA, M. L.; BAUMANN, R. Aerodinâmica nos Esportes — Efeito Magnus. **Blog Fenômenos da Engenharia**. [s.l.], 13 jun. 2013. Disponível em: <http://fenomenosdaengenharia.blogspot.com/2013/06/aerodinamica-nos-esportes-efeito-magnus.html>. Acesso em: 2 ago. 2021.

ESPERIDIÃO, A. S. *et al.* A dinâmica dos fluidos complementada e sustentação da asa. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 23, p. 429-443, 2001. DOI <https://doi.org/10.1590/S0102-47442001000400009>

FREIRE, A. P. **Teoria de Camada Limite**. Departamento de Física. Rio de Janeiro: UFRJ, 1990.

LUVIZOTTO, J. **Modelo computacional para a dinâmica de uma bola de vôlei para a definição de estratégias de saque aplicadas**. 2012. Monografia (Bacharel em Física Médica) — Unesp, Botucatu, 2012.

MARTINEZ, L. A. **Leis de Newton aplicadas ao voleibol**. 2019. TCC (Licenciatura em Física) — UFSC, Florianópolis, 2019.

MCKEITHEN, D. Setting the Curve: The Magnus Effect and its Applications. **Illumin Magazine**, v. 19, n. V, 2019. Disponível em: <https://illumin.usc.edu/setting-the-curve-the-magnus-effect-and-its-applications/>. Acesso em: 2 ago. 2021.

MEDEIROS, D.; ZARRO, C. D.; AGUIAR, C. E. **Efeito Magnus e Aplicações**. Rio de Janeiro: UFRJ, 2019.

NEWTON, I. A Letter of Mr. Isaac Newton, Professor of the Mathematicks in the University of Cambridge; Containing His New Theory about Light and Colors: Sent by the Author to the Publisher from Cambridge, Febr. 6. 1671/72; In Order to be Communicated to the R. Society. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**, v. 6, n. 69-80, p. 3075-3087, 1671. DOI <https://doi.org/10.1098/rstl.1671.0072>

ROCHA, F. Futebol e o Efeito Magnus. **Medium**. [s.l.], 30 jun. 2020. Disponível em: <https://medium.com/@felipanico/futebol-e-o-efeito-magnus-1fe5415e3664#:~:text=A%20parte%20inferior%20da%20bola,desvio%20para%20baixo%20nessa%20regi%C3%A3o>. Acesso em: 2 ago. 2021.

SILVA JÚNIOR, D. G. **Cinemática dos Fluidos**. Instituto Federal do Rio Grande do Norte. 2016.

SOUZA, A. P. S.; OLIVEIRA, C. A.; OLIVEIRA, M. A. Medidas de tempo de reação simples em jogadores profissionais de voleibol. **Lecturas Educación Física Y Deportes**, Buenos Aires, ano 10, v. 93, 2006.