

ESTUDO BIBLIOGRÁFICO SOBRE OS CASOS DE USO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE FÍSICA PARA O ENSINO MÉDIO

*BIBLIOGRAPHIC STUDY ON THE USE CASES OF MATHEMATICAL MODELING IN
THE TEACHING OF HIGH SCHOOL PHYSICS*

*ESTUDIO BIBLIOGRÁFICO SOBRE LOS CASOS DE USO DEL MODELADO
MATEMÁTICO EN LA ENSEÑANZA DE FÍSICA PARA LA ENSEÑANZA SECUNDARIA*

Alex C. Oliveira¹
Daniel G. Tedesco²

Resumo

Este artigo explora a aplicação da modelagem matemática no ensino de Física no Ensino Médio brasileiro, destacando seu impacto na compreensão dos alunos. O objetivo é investigar a eficácia dessa metodologia por meio de uma pesquisa bibliográfica qualitativa. A introdução contextualiza a importância histórica da matemática na ciência e seu papel crescente na construção e teste de teorias científicas. A metodologia envolve a análise de referências bibliográficas e estudos de caso, incluindo a “*modeling instruction*” de Hestenes. O referencial teórico define a modelagem matemática como a transformação de problemas reais em problemas matemáticos para resolução e interpretação. Três estudos de caso são apresentados: a modelagem para ensinar energia elétrica, a aplicação da modelagem em um cursinho pré-vestibular para ensinar energia mecânica, e a construção de foguetes com garrafas PET para competições educacionais. Os resultados indicam que a modelagem matemática torna o aprendizado mais dinâmico e colaborativo, permitindo aos alunos aplicar conceitos físicos e matemáticos a situações reais. Conclui-se que a modelagem é uma ferramenta poderosa no ensino de Física, promovendo a contextualização e compreensão crítica dos conteúdos. As considerações finais reforçam a importância da modelagem matemática na educação, incentivando a interdisciplinaridade e o uso de tecnologias, e destacam a necessidade de mais pesquisas sobre sua aplicação em diferentes contextos educacionais.

Palavras-chave: modelagem matemática; ensino de física; modelo; metodologia.

Abstract

This article explores the application of mathematical modeling in the teaching of physics in Brazilian secondary schools, highlighting its impact on student understanding. The aim is to investigate the effectiveness of this methodology through qualitative bibliographical research. The introduction contextualizes the historical importance of mathematics in science and its growing role in constructing and testing scientific theories. The methodology involves the analysis of bibliographical references and case studies, including Hestenes' “*modeling instruction*”. The theoretical framework defines mathematical modeling as the transformation of real problems into mathematical problems for resolution and interpretation. Three case studies are presented: modeling to teach electrical energy, the application of modeling in a pre-university course to teach mechanical energy, and the construction of rockets with PET bottles for educational competitions. The results indicate that mathematical modeling makes learning more dynamic and collaborative, allowing students to apply physical and mathematical concepts to real situations. It is concluded that modelling is a powerful tool for teaching physics, promoting contextualization and critical understanding of the content. The final considerations reinforce the importance of mathematical modeling in education, encouraging interdisciplinarity and the use of technologies, and highlight the need for more research into its application in different educational contexts.

Keywords: mathematical modeling; physics teaching; model; methodology

¹ Aluno do curso de Licenciatura em Física do Centro Universitário Internacional (UNINTER).

² Professor Orientador de Trabalhos Acadêmicos do Curso de Licenciatura em Física do Centro Universitário Internacional (UNINTER).

Resumen

Este artículo explora la aplicación del modelado matemático en la enseñanza de la física en la enseñanza secundaria brasileña, destacando su impacto en la comprensión de los alumnos. El objetivo es investigar la eficacia de esa metodología por medio de una investigación bibliográfica cualitativa. La introducción contextualiza la importancia histórica de las matemáticas en la ciencia y su creciente papel en la construcción y prueba de teorías científicas. La metodología implica el análisis de referencias bibliográficas y estudios de caso, incluyendo la “modeling instruction” de Hestenes. El referencial teórico define el modelado matemático como la transformación de problemas reales en problemas matemáticos para su resolución e interpretación. Se presentan tres estudios de caso: el modelado para enseñar energía eléctrica, la aplicación del modelado en un curso preparatorio para enseñar energía mecánica y la construcción de cohetes con botellas PET para competiciones educativas. Los resultados indican que el modelado matemático hace el aprendizaje más dinámico y colaborativo, permitiendo a los estudiantes aplicar conceptos físicos y matemáticos a situaciones reales. Se concluye que el modelado es una herramienta poderosa en la enseñanza de Física, promoviendo la contextualización y comprensión crítica de los contenidos. Las consideraciones finales refuerzan la importancia del modelado matemático en la educación, fomentando la interdisciplinariedad y el uso de tecnologías, y destacan la necesidad de más investigaciones sobre su aplicación en diferentes contextos educativos.

Palabras clave: modelado matemático; enseñanza de física; modelo; metodología.

1 Introdução

Desde o Renascimento, com nomes como Galileo e Newton, a matemática consolidou-se como a linguagem da ciência, uma ferramenta sem a qual o entendimento e avanço do conhecimento científico seriam impensáveis. Esse papel tornou-se ainda mais evidente no século XX, quando a modelagem matemática passou a ser amplamente reconhecida não apenas como uma ferramenta de cálculo ou medição, mas como uma maneira essencial de construir e testar teorias científicas. Bunge (2013) e Giere (2004), filósofos contemporâneos, enfatizaram a importância da modelagem matemática teórica como um meio de compreensão do mundo, uma vez que a interação humana com o mundo físico é sempre mediada pela nossa capacidade de observação e pela precisão dos nossos instrumentos, limitações estas que podem ser parcialmente superadas pelo poder preditivo dos modelos matemáticos.

Na educação, o reconhecimento da modelagem matemática, como fundamental para o raciocínio científico, levou ao desenvolvimento de novas metodologias de ensino. Na década de 1970, Bunge (2013) propôs ideias que foram mais tarde expandidas por David Hestenes (1987), resultando na “modeling instruction”. Essa abordagem pedagógica, que enfatiza o entendimento e uso de modelos matemáticos no processo de aprendizagem, ganhou destaque nos Estados Unidos e se espalhou para outros lugares, como o Brasil, sob a nomenclatura de “ciclo de modelagem de Hestenes”. Ela foi adotada por pesquisadores brasileiros, mostrando o poder da modelagem matemática não apenas em um contexto teórico, mas também como uma prática educacional revolucionária, com potencial de transformar o ensino de ciências e matemática.

Sendo assim, cabe compreender que o estudo da Física realmente se inicia no Ensino Médio, embora no 9º ano do Ensino Fundamental a matéria de Ciências tenha a

responsabilidade de começar a introduzir os alunos aos fenômenos físicos e químicos. O professor de Física deve, antes de tudo, estimular o interesse e a curiosidade dos alunos, uma vez que a disciplina aborda fenômenos presentes no dia a dia. No entanto, não é possível afirmar se essa prática é comum na maioria das escolas.

A Física faz parte da área de Ciências da Natureza e suas Tecnologias, juntamente com as disciplinas de Biologia e Química. Essa área pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), de modo sintético visa ampliar e sistematizar os aprendizados essenciais desenvolvidos até o 9º ano do Ensino Fundamental. Isso implica, primeiramente, em focar na interpretação de fenômenos naturais e processos tecnológicos para que os alunos possam se apropriar dos conceitos, procedimentos e teorias dos diversos campos das Ciências da Natureza. Além disso, significa criar condições para que os estudantes explorem os diferentes modos de pensar e falar da cultura científica, reconhecendo-a como uma forma de organização do conhecimento produzida em diferentes contextos históricos e sociais, permitindo-lhes se apropriar dessas linguagens específicas (Brasil, 2018).

Sendo assim, avalia-se que métodos pedagógicos podem ser aliados na tentativa de despertar a curiosidade dos alunos, ajudando-os a interpretar os fenômenos naturais. Entre esses métodos, destacam-se a experimentação e a modelagem matemática. Conforme Japiassú e Marcondes, a experimentação é a “interrogação metódica dos fenômenos, realizada por meio de um conjunto de operações, [...] primeiro passo para a matematização da realidade” (2008, p. 95). A experimentação verifica uma hipótese originada da experiência e pode eventualmente estabelecer uma lei experimental. Essa prática tem o poder de transformar a realidade, criando novos fenômenos, sendo uma “atividade prática em que o aluno é orientado a investigar um problema. As atividades experimentais conduzidas pelo professor devem proporcionar aos alunos uma melhor compreensão dos processos científicos” (Rosito, 2008, p. 203). Dessa maneira, a experimentação permite que os alunos entendam a realidade como ela é, descobrindo a teoria por meio da prática.

Diante disso, esta pesquisa aborda a conexão entre modelagem matemática e o ensino de física no ensino médio do Brasil, adotando uma metodologia bibliográfica qualitativa. O objetivo é entender como as técnicas de modelagem influenciam a compreensão dos estudantes nos conteúdos de física. Nesse contexto, o estudo busca analisar teorias por trás da aplicação da modelagem matemática na física e explorar como essa abordagem se harmoniza no contexto educacional.

Assim, este artigo está estruturado da seguinte forma: além desta introdução, apresenta-se um referencial teórico sobre a Modelagem Matemática e sua aplicação na Experimentação Física; em seguida, detalha-se o método utilizado para a coleta de dados; são apresentados e

discutidos os resultados, onde se explicita a análise dos dados; e, por fim, são feitas as considerações finais, que buscam responder à questão de pesquisa.

2 Metodologia

A pesquisa de referências bibliográficas inicia o processo de investigação científica, além de treinar e auxiliar o graduando na evolução de suas buscas científicas. Desse modo, essa metodologia foi utilizada para que se pudesse atingir os objetivos desta presente pesquisa. Nesses aspectos, baseado no entendimento de Minayo (2001), que ao descrever a metodologia de um estudo, indica que seu objetivo é demonstrar o percurso intelectual e as práticas adotadas na compreensão da realidade. Essa compreensão está profundamente ligada à visão social do mundo transmitida pela teoria adotada pelo pesquisador.

Além disso, o processo de apreensão e entendimento da realidade engloba tanto as concepções teóricas quanto o conjunto de técnicas que o pesquisador define para obter respostas ao problema investigado. A metodologia é, portanto, o elemento que revela as escolhas teóricas fundamentais, bem como as consequências dessas escolhas para a compreensão da realidade e do ser humano em interação com ela.

Para compreensão da relevância desta pesquisa, cabe ressaltar que a modelagem matemática no ensino da física tem demonstrado ser uma ferramenta poderosa para melhorar a compreensão dos conceitos físicos, complementarmente, estudos pioneiros como os de Halloun e Hestenes (1985) destacam essa afirmação, uma vez que a modelagem pode transformar a percepção dos estudantes, proporcionando uma visão mais integrada dos problemas físicos. Recentemente, a incorporação de tecnologias digitais, como softwares de simulação e ferramentas de programação, tem potencializado essa abordagem, tornando o aprendizado mais interativo e visual (Wilcox; Lewandowski, 2016). No entanto, há desafios, especialmente para estudantes com menor proficiência em matemática, o que pode limitar a eficácia dessa metodologia.

Apesar dos avanços, ainda existem lacunas significativas, como a falta de estudos longitudinais que acompanhem o impacto a longo prazo da modelagem matemática no desempenho dos estudantes, especificamente no conteúdo de física. Além disso, há necessidade de mais pesquisas sobre a aplicação dessa metodologia em diversos contextos educacionais e níveis de ensino. Esta pesquisa busca preencher algumas dessas lacunas, investigando a eficácia da modelagem matemática no ensino da física, combinando métodos qualitativos críticos para uma análise abrangente das percepções e resultados dos estudantes.

Para corroborar essa visão de busca referencial, Lima e Mioto (2007, p. 44), enfatizam que “a pesquisa bibliográfica é um processo essencial na fundamentação teórica de um objeto de estudo, oferecendo elementos que ajudam na análise dos dados que serão coletados”. Desse modo, em complemento, tem-se que essa prática se distingue da revisão bibliográfica pois, além de identificar informações nas fontes consultadas, também aplica uma análise teórica crítica sobre essas informações. Para complementar essa ideia Oliveira diz que:

As pesquisas que utilizam da abordagem qualitativa possuem a facilidade de poder descrever a complexidade de uma determinada hipótese ou problema, analisar a interação de certas variáveis, compreender e classificar processos dinâmicos experimentados por grupos sociais, apresentar contribuições no processo de mudança, criação ou formação de opiniões de determinado grupo e permitir, em maior grau de profundidade, a interpretação das particularidades dos comportamentos ou atitudes dos indivíduos (Oliveira, 1999, p. 117).

Ademais, para que se atinja os objetivos desta pesquisa, foi analisado em dois relevantes repositórios internacionais de pesquisa, tais como “The Physics Teacher” e American Journal of Physics, o intuito aqui é verificar como recursos matemáticos são utilizados em outros países.

3 Referencial teórico

Ao compreender a modelagem como uma abordagem viável nas aulas de Matemática e Física, e considerando a ideia de que os projetos de modelagem podem aprimorar a capacidade crítica dos participantes, é crucial apresentar a interpretação do conceito de modelagem na perspectiva de diversos autores renomados.

Sendo assim, para que se possa compreender essa conexão entre modelagem matemática e o ensino de física, temos as definições do que é a modelagem matemática na perspectivas de importantes autores científicos na aplicação de tal preceito. De modo que ela é vista como um processo que envolve a criação de um modelo matemático, com o objetivo de auxiliar na compreensão de uma situação ou realidade específica.

De modo conceitual, segundo Bassanezi (2006 *apud* Junior, Rehfeldt; Neide, 2022, p. 3), “a modelagem matemática consiste, principalmente, na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. De modo semelhante, de acordo com Barbosa (2004), a modelagem matemática é uma abordagem que permite aos alunos problematizar e investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade. Já para Biembengut e Hein (2003), a modelagem matemática é um processo que envolve a obtenção de um modelo matemático, que

é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real.

Nessas perspectivas, verifica-se que tal modelo é, sem dúvida, uma ferramenta poderosa que nos permite abordar e resolver problemas complexos do mundo real. Ela é a ponte que liga o abstrato ao concreto, o teórico ao prático. Ao transformar problemas da realidade em problemas matemáticos, estamos essencialmente traduzindo questões do mundo real para a linguagem universal da matemática. Isso nos permite aplicar uma variedade de métodos e técnicas matemáticas para encontrar soluções.

Da mesma forma, o autor Bassanezi (2002, p. 20), explana que “um modelo matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado”. Dito isso, Vasconcelos explana que:

“Um modelo matemático pode ser um sistema de equações cuja solução, dado um conjunto de dados de entrada, é representativa da resposta de um processo. Desta forma, ele é a abstração matemática de um processo real.” Isso porque, segundo estes autores, “a equação ou o conjunto de equações que compõem o modelo é aproximações deste processo (Vasconcelos; Santana; Borges, 2013, p. 1).

Tendo em vista o modelo na perspectiva física, Bassanezi (1994), expõe que “os modelos matemáticos em Física apresentam um conjunto de símbolos e relações matemáticas que expressam e interpretam uma ou mais hipóteses de maneira quantitativa de uma situação próxima da realidade” (Bassanezi, 1994, p.63)

Ademais, os modelos matemáticos na física são uma maneira de representar fenômenos do por meio da linguagem da matemática. Eles são compostos por símbolos que representam diferentes quantidades físicas (como massa, velocidade, força, etc.) e relações matemáticas entre esses símbolos que expressam as leis da física. Por exemplo, a segunda lei de Newton ($F = ma$) é um modelo matemático onde 'F' representa a força, 'm' a massa e 'a' a aceleração. A igualdade entre F e ma é a relação matemática que expressa a lei física.

3.1 Perspectivas e aplicações no ensino de física para o ensino médio

Primeiramente, ao abordar as perspectivas do Ensino de Física na ampla área das Ciências da Natureza e suas tecnologias no Ensino Médio, é importante considerar as diretrizes curriculares atuais. Especificamente, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) estabelece alguns pontos relevantes para essa área, principalmente competências relacionadas à representação computacional e à construção de modelos práticos para uma melhor compreensão

do conteúdo. Como exemplo, a primeira competência para o ensino desse eixo é expressa pela BNCC da seguinte forma:

Analisar fenômenos naturais e processos tecnológicos, com base nas interações e relações entre matéria e energia, para propor ações individuais e coletivas que aperfeiçoem processos produtivos, minimizem impactos socioambientais e melhorem as condições de vida em âmbito local, regional e global (Brasil, 2018, p. 556).

Para relacionar a competência mencionada ao objeto de estudo deste artigo, é possível observar na citação indicações como “propor ações individuais e coletivas que aperfeiçoem processos produtivos” (Brasil, 2018, p. 556). Esse conceito pode estar diretamente ligado à modelagem matemática, especialmente na construção de um modelo que busca aplicar integralmente os conceitos teóricos do conteúdo estudado à realidade. Inclusive, cabe enfatizar que a modelagem matemática não se limita apenas à otimização de processos produtivos. Ela também pode ser usada para analisar e prever o impacto de ações individuais e coletivas em uma variedade de contextos. Por exemplo, um modelo matemático pode ser usado para prever o impacto de diferentes políticas de gestão de resíduos na qualidade do ar em uma cidade, ou para analisar o efeito de diferentes estratégias de conservação de energia no consumo global de energia.

Ao avançar na análise do documento curricular mencionado, encontramos trechos que destacam a prática de construção de modelos, como previsões na criação de protótipos, representações e uso de simulações para entender o conteúdo. Segundo o documento curricular, Brasil (2018, p. 556), as habilidades previstas na competência citada acima, “(...) podem ser desenvolvidas com o uso de dispositivos e aplicativos digitais, que facilitem e potencializem tanto análises e estimativas como a elaboração de representações, simulações e protótipos.” Outro ponto enfatizado é a primeira habilidade da segunda competência, onde o documento reafirma que se deve, por meio do método de análise, “discutir modelos, teorias e leis propostos em diferentes épocas e culturas para comparar distintas explicações sobre o surgimento e a evolução da Vida, da Terra e do Universo com as teorias científicas aceitas atualmente” (Brasil, 2018, p. 559).

Da mesma forma, a prática em sala de aula deve ser relativa a essa previsão, dado que tal documento é norteador de uma referência que visa o sucesso do processo de ensino-aprendizagem. Ademais, cabe agora discutir sobre essas práticas nas perspectivas de alguns autores que buscaram aplicar esses modelos em aulas práticas que resultaram em pesquisas de campo, para isso foram selecionados três artigos para essa concepção, tais autores foram buscados em repositórios acadêmicos brasileiros e se destacaram por focar em conteúdo ou

estarem relacionando a Modelagem Matemática no Ensino de Física, tendo como foco as palavras-chave da pesquisa utilizada.

Ademais, a primeira revisão bibliográfica foi sobre o artigo "Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem: contribuições das atividades sobre energia elétrica" dos autores Maria Rosana Soares e Guataçara dos Santos Junior. Esse artigo, desenvolvido em 2016, trata do ensino de física, especificamente do conteúdo de elétrica, utilizando a modelagem matemática para uma turma do 1º ano do Ensino Médio nas seguintes instituições: Colégio Estadual Agrícola Mohamad Ali Hamzé, Cambará-PR (CEA) e Colégio Estadual Professor Silvio Tavares – Ensino Fundamental, Médio, Profissional e Normal, Cambará-PR (CES).

Cabe ressaltar que a pesquisa dos autores é uma análise da eficácia da aplicação da modelagem na física, baseada em outra pesquisa de campo aplicada pela Secretaria da Educação do Paraná (SEED). A prática aplicada, relatada pelos pesquisadores, envolvia estudar os equipamentos elétricos comumente utilizados individualmente por cada aluno dos grupos previamente formados, bem como calcular os gastos médios de acordo com tabelas fornecidas pela empresa de energia e os dados da época. Nesse estudo, os estudantes desenvolveram algumas representações. As Imagens 1 e 2 apresentam alguns exemplos.

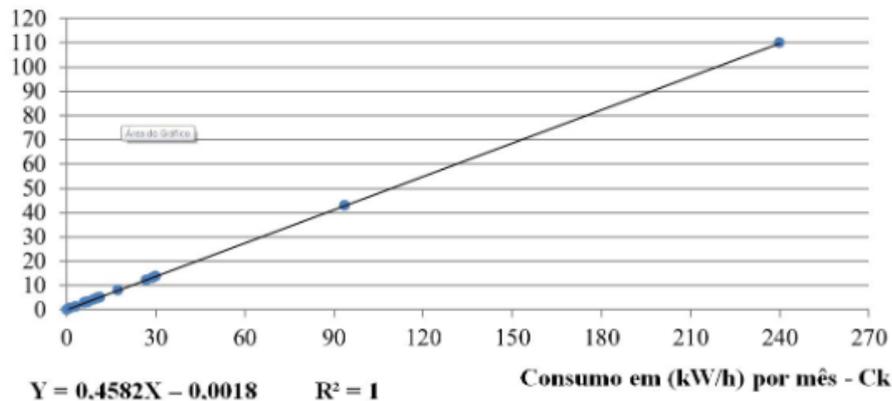
Imagem 1: Representação de Estudo de Modelo Matemático para ensino de Física – estimando o consumo da eletricidade em kW/h e o custo da residência

Aparelhos Elétricos (uma unidade)	Potência em Watts	Dias de Uso ao Mês	Tempo de Uso: Minutos/Dia	Consumo de Utilização: (kW/h) por mês	Custo do Consumo por Mês: R\$
Geladeira	130	30	1440	23,66	42,88
Freezer	130	30	1440	23,66	42,88
Chuveiro Elétrico	3500	30	10	11,50	8,02
Lâmpada Fluorescente	9	30	300	1,35	0,62
Lâmpada Incandescente	40	30	300	6	2,75
Televisor	110	30	120	6	3,02
Ferro Elétrico	1000	30	60	6	13,14
Máquina de Lavar	350	30	60	6	4,81
Alguns - Outros Produtos:					
Ventilador	120	30	480	28,8	13,19
Ar condicionado	1000	30	480	40	103,96
Computador	300	30	180	4,4	12,34
Aparelho de Som	80	30	180	1,2	3,20
Secador de Cabelos	1400	30	15	10,5	4,83
Chapinha/Prancha Alisadora	1500	30	15	11,25	5,15
Forno de Microondas	1200	30	15	9	4,12
Telefone sem Fio	100	30	60	3	1,34
Aparelho de DVD	50	30	120	3	1,34
Carregador de Celular	15	30	300	0,22	0,40
TOTAL				593,12	244,46

Fonte: Soares e Junior (2016, p. 11).

Ao analisar essa primeira imagem, observa-se um ponto inicial da pesquisa que é avaliar os consumos de uma residência, baseado em dados previamente fornecidos, esse ponto é dado pela busca massiva de interpretar dados por meio de cálculos matemáticos para se obter resultados que levem a apresentar o modelo final. Esse momento, faz parte da pesquisa.

Imagem 2: Modelo Matemática – Representação Gráfica – modelo matemático de energia elétrica mensal: consumo em KW/h x custo em R\$ mensal



Fonte: Soares e Junior (2016, p. 11).

Outros modelos foram produzidos para se chegar à aprendizagem e conscientização dos alunos sobre uso consciente de energia elétrica, bem como compreender a aplicação do conteúdo no dia a dia. Para concluir o resultado dessa aplicação, os autores, na perspectiva dos alunos explicam que:

Desse modo, eles reconheceram o processo de Modelagem sobre e por meio das atividades de energia elétrica e aprenderam certos conceitos de Física ao fazer uso desta estratégia de ensino e aprendizagem, pois foram analisadas situações práticas do dia a dia e do contexto escolar deles. Nesse aspecto, eles entenderam a importância de investigar e resolver situações--problema do cotidiano com o apoio da Modelagem (Soares; Junior, 2016, p. 16).

No ponto de vista de eficácia dessa modelagem, na perspectiva dos avaliadores, as autoras Soares e Júnior (2016, p. 17) concluem que o objetivo proposto inicialmente no âmbito das análises “foi alcançado ao se trazer uma abordagem da Modelagem Matemática no âmbito das discussões e análises e tendo por focos a organização, a exploração e a explicitação de etapas de Modelagem nas atividades de energia elétrica”. Outro aspecto levantado foi o âmbito aprendizagem, que as autoras deduzem novamente na presente pesquisa que os estudantes “perceberam que o consumo do aparelho está relacionado à potência do equipamento e ao tempo de uso, visto que o valor da fatura pode ser reduzido se os aparelhos forem usados conscientemente” (Soares; Júnior, 2016, p. 17).

Por fim, a conclusão de satisfação com a prática foi relatada pelos pesquisadores mencionados anteriormente, obtendo em suas palavras, o seguinte:

As atividades realizadas de Modelagem possibilitaram estimular os estudantes para trabalharem em grupos, obterem novas experiências e aprendizagens, trabalharem com a Física a partir de situações concretas, temas sociais e de interesse da turma, resolverem problemas, obterem modelos físicos e/ou matemáticos e analisarem de modo crítico a atividade desenvolvida (Soares; Junior, 2016, p. 17).

Em outras palavras, Soares e Junior (2016) ressalta acima a eficácia da modelagem como uma ferramenta pedagógica no ensino da Física. Elas sugerem que a modelagem não apenas promove o engajamento dos estudantes por meio do trabalho colaborativo, mas também os imerge em um processo ativo de aprendizado (construtivista). Ao envolver os alunos com problemas do mundo real e temas que despertam seu interesse, a modelagem os incentiva a aplicar conceitos físicos e matemáticos de forma prática. Isso lhes permite não só construir modelos representativos desses conceitos, mas também refletir criticamente sobre seu processo de aprendizagem, aprimorando suas habilidades de análise e resolução de problemas.

Em continuidade a análise, a segunda revisão bibliográfica é intitulada “A Modelagem Matemática como metodologia para o ensino-aprendizagem de física” elaborada pelo autor Ednilson Sergio Ramalho de Souza. Esta pesquisa analisou, na perspectiva de construção de modelo, o uso da modelagem matemática em um cursinho de pré-vestibular, embora a ênfase desta pesquisa seja o Ensino Médio, vale ressaltar que os conteúdos do vestibular são aqueles trabalhados durante essa etapa da educação básica e que o público-alvo de tais cursos são alunos do 3º ano do Ensino Médio. Na pesquisa, desenvolveu-se uma aplicação relacionada a aplicação de Energia Mecânica. Nas palavras do autor:

A maioria dos livros de Ensino Médio começa a abordar este assunto colocando diretamente a fórmula $E_m = E_c + E_p$ e, a partir daí, propõem vários exercícios repetitivos para aplicação da equação dada. No exemplo de modelagem proposto nesta seção, o professor poderá perceber que, com o uso da modelagem matemática como metodologia de ensino-aprendizagem de Física, o aluno é levado a (re) descobrir um modelo (equação matemática) para o cálculo da Energia Mecânica. Ficando o ensino, deste modo, contextualizado e significativo (Souza, 2008, p. 6)

Sendo assim, ele explana as notações do professor durante tal prática, indicando sua necessidade de instigar aos alunos sobre tal prática, proferindo ao longo do artigo, citações tais como, Souza (2008, p. 6) “o professor poderá notar, também, que os conceitos físicos são trabalhados durante o processo de modelagem” e comparam com o ensino tradicional ao referenciar que “diferentemente da maneira como ocorre no ensino tradicional – onde se segue o esquema: definição (conceitos) → fórmula → aplicação (exercícios)” e conclui que usando “a modelagem como método de ensino, a parte conceitual da Física é mostrada durante a tecitura do modelo. Isso faz com que haja uma ruptura no esquema tradicional em prol de uma maneira diferente de se ensinar Física” (2008, p. 6).

Ao aplicar a modelagem como método de ensino, o autor expõe algumas opiniões na perspectiva dos estudantes, corroborando sobre o prazer dos alunos em uma aula dinâmica e diversificada sobre os conceitos físicos, nas palavras do autor:

O trabalho em grupo, que quase não ocorre nas aulas tradicionais de Física, foi um dos itens que mais chamou a atenção dos discentes. Um aluno chegou a relatar que *...a aula estava mais interessante...*, outro disse que começara *...a gostar mais de Física...* Alguns alunos solicitaram que os outros assuntos considerados difíceis da Física fossem explicados através da modelagem matemática. Esse pedido dos alunos chamou a atenção, pois, pôde-se perceber que a modelagem fez com que um assunto difícil ficasse mais fácil para os alunos. Isso, talvez, deveu-se; porque durante o processo de modelagem, o aluno começa a descobrir a Física ao seu redor, ou seja, os conceitos físicos não são impostos pelo professor de forma pronta e acabada, mas retirados da situação-problema pelos próprios alunos. Desta maneira, os conceitos físicos fazem sentido para o aluno, tornando o ensino, assim, mais *prazeroso* (Souza, 2008, p. 12).

Ao partir do pressuposto de visão do aplicador, o autor conclui de forma benéfica essa prática, Souza ao dizer que “a modelagem matemática possui um caráter interdisciplinar, o qual fez com que, nas aulas de física, fossem abordados temas transversais (...)” (2008, p. 12).

De modo sintético, a pesquisa então relacionada se passa ao autor em propor um exemplo de atividade em que os alunos são levados a descobrir uma equação para calcular a Energia Mecânica e compreender o caráter conservativo da energia. O relato de experiência em sala de aula mostra que a metodologia da modelagem matemática tornou as aulas mais dinâmicas e despertou o interesse dos alunos pela disciplina. Os alunos relataram que a modelagem fez com que os conceitos físicos fizessem sentido para eles, tornando o ensino mais prazeroso. Observa-se também que os resultados se assemelham aquele apresentado na pesquisa anterior.

A terceira e última revisão bibliográfica analisada, intitulada “Modelagem Matemática e Física: uma experiência com foguetes”, desenvolvida pelos autores Elenice Josefa Kolancko Setti, Anderson Ervino Schwertner, Dafne de Moraes Deparis, Fernanda Fátima Ratajczyk Turra e Rodolfo Eduardo Vertuan, no artigo elaborado a proposta de modelagem matemática no ensino de física, nesse contexto, refere-se à aplicação prática de conceitos matemáticos e físicos em competições educacionais, como a Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica (OBA) e a Mostra Brasileira de Foguetes (MOBFOG), utilizaram como referência o fato de que em 2015, um grupo de alunos do Instituto Federal do Paraná de Assis Chateaubriand participou desses eventos, que são abertos tanto para estudantes de instituições públicas quanto privadas.

O objetivo central da proposta da Olimpíada e analisada pelos autores é proporcionar aos estudantes, que podem variar do primeiro ano do ensino fundamental ao último ano do ensino médio, uma experiência de aprendizado dinâmica e interativa, onde eles podem aplicar o conhecimento teórico adquirido em sala de aula para resolver problemas práticos e reais.

Sendo assim Setti *et al.* (2016), consolidou na proposta a perspectiva de que os alunos do Ensino Médio se engajaram na MOBFOG, com a tarefa de criar um foguete a partir de garrafa pet. Esse projeto interdisciplinar envolveu aplicar conhecimentos de Física, Química e Matemática para construir um protótipo funcional. O mecanismo de propulsão do foguete foi baseado na reação química entre o vinagre e o bicarbonato de sódio. Para que os estudantes se qualificassem para a fase nacional da competição, era essencial que o foguete lançado atingisse um alcance mínimo de 120 metros horizontalmente, medido a partir do ponto de lançamento e perpendicularmente a ele.

Para atingir aos objetivos, os alunos aplicaram os conceitos matemáticos, tais como funções e medições para se obter um modelo matemático, que convertido nos conhecimentos químicos, caberiam para avaliar a quantidade de bicarbonato mínima a ser utilizada e as proporções necessárias para se atingir aos 120m pela fase de experimentação. De modo físico, os alunos analisaram os conceitos de lançamento oblíquo e os preceitos físicos para essa prática.

Logo, de modo a analisar os resultados dessa prática os autores ressaltam os resultados obtidos pelos alunos, que para atingir ao modelo fizeram usos de instrumentos tecnológicos de purificação de dados, sendo descrito em:

Optamos por tabelar os dados coletados numa planilha eletrônica, plotar o gráfico de dispersão e ajustar os dados. Após verificar a função quadrática, passamos a analisar o seu vértice. Todavia, convém ressaltar que a função poderia ter sido estimada sem o auxílio do computador, explorando o conteúdo de sistemas lineares com três incógnitas, por exemplo (Setti *et al.*, 2016, p. 11).

Ao final os autores, concluem que essa prática foi benéfica, ao ressaltar que:

Concluimos então, que uma atividade de Modelagem Matemática no ensino interdisciplinar de Física e Matemática contribui de forma satisfatória na formação integral do estudante, devido às potencialidades vislumbradas em relação à abordagem de conteúdo das duas disciplinas, bem como o envolvimento dos professores e estudantes na realização de experimentos (Setti *et al.*, 2016, p. 11).

Ao avaliar a íntegra dos resultados discutidos pelos autores, tem-se que, por Setti (*et al.*, 2016), os alunos mostraram grande empenho e interesse durante o exercício de Modelagem que envolveu lançar foguetes. Eles expressaram satisfação ao aprender Matemática e Física de maneira prática. A atividade integrou conceitos físicos, como pressão e aerodinâmica, e matemáticos, como a Função Quadrática, para entender a relação entre a quantidade de bicarbonato de sódio e a distância que o foguete alcançava. Além disso, foi feito uso de gráficos para examinar essa relação, focando especialmente na quantidade ideal de bicarbonato, e planilhas eletrônicas ajudaram na análise dos resultados.

3.2 Avaliação de resultados e recomendações

Os artigos analisados e as perspectivas dos autores contribuíram para confirmar que o uso eficaz da modelagem matemática no ensino de física é vantajoso sob vários aspectos. Em consideração que esta é uma pesquisa bibliográfica de cunho qualitativo, tais artigos foram selecionados por estarem de forma relacionada ao tema de pesquisa aqui utilizado. As principais vantagens residem tanto no mecanismo de ensino adotado pelo professor quanto no processo de aprendizagem do aluno. Além disso, é preciso reconhecer que, ao empregar novas metodologias e práticas em sala de aula, é essencial contar com um planejamento cuidadoso e um programa definido. Nesse contexto, a modelagem matemática revela-se uma ferramenta significativa dentro do paradigma construtivista, e um dos pontos cruciais para análise é a capacidade de argumentação e a problematização dos objetivos educacionais.

Sendo assim, Souza (2020) antecipa que, ao investigar o processo educativo, percebe-se que professores que buscam estimular o debate crítico em sala de aula se deparam com múltiplos desafios. Estes estão ligados ao tipo de conhecimento científico que é empregado, às inferências realizadas e às noções prévias dos participantes – tanto educadores quanto alunos. Costuma-se levantar questionamentos sobre assuntos considerados polêmicos, que são aqueles que admitem diversas visões e podem levar a diferentes conclusões. Nota-se também que os conceitos intuitivos de estudantes e professores sobre a ciência podem ser alterados por meio de tais discussões argumentativas, uma vez que é comum a existência de mal-entendidos relacionados ao conhecimento científico, indicando possíveis modelos mentais inconsistentes ou equívocos.

Contudo, Leitão (2011 *apud* Souza 2020, p.25), argumenta que “a discutibilidade de um tema, isto é, a possibilidade de ser polemizado e de gerar episódios argumentativos não deve ser pensado como algo intrínseco à natureza do tema.” Dessa forma, fica evidente que o modo como o conhecimento é aplicado em sala de aula influencia diretamente na geração de debates argumentativos. Entende-se que tanto conceitos formalmente estabelecidos pela comunidade científica quanto temas sociocientíficos podem provocar discussões. A autora enfatiza que não é meramente o tema que promove a argumentação, mas principalmente as abordagens pedagógicas que o professor utiliza, que podem catalisar discussões produtivas e enriquecedoras.

Enfim, o uso de novas metodologias requer melhores análises por parte dos professores, para que todo o processo de experimentação aconteça de modo a fornecer novidades para os alunos quanto a aplicabilidade de um certo conteúdo e não corroborar fatos já determinados

pela natureza, a contextualização com a realidade é um trivial ponto para se discutir nestes pontos. O ato construtivista do saber deve ser empregado por todos os envolvidos, principalmente pelo estudante que será o centro deste campo de pesquisa.

4 Considerações finais

Com base nos estudos de Bassanezi (2002) e Biembengut (1999), identifica-se que a Modelação Matemática, quando aplicada ao contexto educacional, apresenta diversas potencialidades que podem preencher as deficiências encontradas no processo de ensino e aprendizagem da Física. Essa abordagem se destaca por encorajar os estudantes a se engajarem com assuntos que fazem parte de suas experiências cotidianas, promovendo a contextualização do aprendizado. Por meio dela, incentiva-se uma reflexão constante e a adoção de uma atitude científica, situando os alunos como protagonistas de sua educação.

Essa metodologia permite a incorporação de práticas experimentais, tratando os conteúdos de maneira mais próxima de como foram originalmente desenvolvidos. Outro ponto relevante é a autonomia dada aos estudantes para explorar e aplicar tecnologias no processo de aprendizagem, o que facilita o desenvolvimento de uma compreensão crítica sobre os progressos tecnológicos. A interdisciplinaridade também é uma característica marcante, integrando Física e Matemática e, a depender do tema, diversas outras áreas do conhecimento. Além disso, enfatiza-se o valor do idioma matemático como uma ferramenta essencial para condensar e expressar as ideias físicas.

Quanto a discussão de resultados, essa pesquisa pode comprovar o que se previa em seus objetivos, o primeiro deles é demonstrar a eficácia do uso da modelagem matemática como importante instrumento interdisciplinar do Ensino de Física no Ensino Médio. Por meio da revisão bibliográfica, foi possível estudar esses pontos e embasar-se em resultados de outros autores do objeto de estudo desta pesquisa. Portanto, faz-se necessário que novas pesquisas visem realinhar tais práticas e compreender como os professores da educação básica aplicam a interdisciplinaridade, bem como os métodos de pesquisa no ensino de física.

Referências

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática na sala de aula. *In*: VIII encontro nacional de educação matemática, 2004, Recife. **Anais [...]**. Recife: SbemPE, 2004. p. 1-10. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/10/MC86136755572.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2023.

BASSANEZI, R. C. Modelagem matemática. **Dynamis**, Blumenau, v. 1, n. 7, p.55-83, 1994.

BASSANEZI, R. C. **Ensino–aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S.; Hein, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2003.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática & implicações no ensino e aprendizagem de matemática**. Blumenau: Editora da FURB, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal.pdf. Acesso em: 20 nov. 2023.

BUNGE, M. **Teoria e realidade**. São Paulo: Perspectiva, 2013.

GIERE, R. How models are used to represent reality. **Philosophy of Science**, [s. l.], v. 71, n. 5, p. 742-752, 2004. DOI: <https://doi.org/10.1086/425063>. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/10.1086/425063>. Acesso em: 4 nov. 2023.

HALLOUN, I. A.; HESTENES, D. Common sense concepts about motion. **American Journal of Physics**, Melville, v. 53, n. 11, p. 1056-1065, 1985. DOI: <https://doi.org/10.1119/1.14031>. Disponível em: <https://pubs.aip.org/aapt/ajp/article-abstract/53/11/1056/1052387/Common-sense-concepts-about-motion?redirectedFrom=fulltext>. Acesso em: 4 nov. 2023.

HESTENES, D. Toward a modeling theory of physics instruction. **Journal of Physics**. Melville, v. 55, n. 5, p. 440-454, 1987. DOI: <https://doi.org/10.1119/1.15129>. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/216743200_Toward_a_modeling_theory_of_physics_instruction. Acesso em: 04 nov. 2023.

JAPIASSÚ, H; MARCONDES, D. **Dicionário Básico de Filosofia**. 5. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2008

JÚNIOR, R. C. G., REHFELDT, M. J. H.; NEIDE, I. G. A modelagem matemática como estratégia no ensino de física. **Experiências em Ensino de Ciências**, [s. l.], v. 17, n. 1, p. 1-16, 2022. Disponível em: <https://fisica.ufmt.br/eenciojs/index.php/eenci/article/view/886>. Acesso em: 04 nov. 2023.

LIMA, T.; MIOTO, R. Procedimentos metodológicos na construção do conhecimento científico: a pesquisa bibliográfica. **Revista Katál**, Florianópolis, v. 10, n. esp., p. 37-45, 2007. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rk/v10nspe/a0410spe.pdf>. Acesso em: 21. jul. 2023.

MINAYO, M. C. Ciência, técnica e arte: o desafio da Pesquisa Social. In: MINAYO, M. C. **Pesquisa social**: teoria, método e criatividade. 18. ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

OLIVEIRA, S. L. **Tratado de metodologia científica**: projetos de Pesquisas, TGI, TCC, Monografias, Dissertações e Teses. 2. ed. São Paulo: Pioneira, 1999.

ROSITO, B. A. O ensino de Ciências e a experimentação. *In*: MORAES, R. **Construtivismo e ensino de ciências**: reflexões epistemológicas e metodológicas. 3ª ed. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2008.

SETTI, E. J. K.; SCHWERTNER, A. E.; DEPARIS, D. M.; TURRA, F. F. R.; VERTUAN, R. E. Modelagem matemática e física: uma experiência com foguetes. *In*: Encontro Nacional de Educação Matemática, 19., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: SBEM, 2016. p. 5659-5664. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/326583339_Modelagem_Matematica_e_Fisica_Um_a_experiencia_com_foguetes. Acesso em: 21. jul. 2023.

SOARES, M. R.; JUNIOR, G. S. A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem: contribuições das atividades sobre energia elétrica. **Revista Práxis**, [s. l.], v. 8, n. 16, p. 39-57, 2016. DOI: <https://doi.org/10.25119/praxis-8-16-697>. Disponível em: <https://revistas.unifoa.edu.br/praxis/article/view/697>. Acesso em: 10 set. 2023.

SOUZA, E. S. R. **Modelagem matemática no ensino de física**: efeitos na sofisticação argumentativa. Belém: RFB Editora, 2020. Disponível em: <https://deposita.ibict.br/bitstream/deposita/143/5/Modelagem%20matem%C3%A1tica%20no%20ensino%20de%20f%C3%ADsica-%20efeitos%20v1%202.pdf>. Acesso em: 04 nov. 2023.

SOUZA, E. S. R. A modelagem matemática como metodologia para o ensino-aprendizagem de física. *In*: Encontro Paraense de Educação Matemática, 2008, Belém. **Anais [...]**. Belém: IV EPAEM, 2008. p. 1-13. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/fisica/artigos/ednilson.pdf. Acesso em: 04 nov. 2023.

VASCONCELOS, F. H. L.; SANTANA, J. R.; NETO, H. B. O ensino de física com a utilização da modelagem matemática computacional aplicada à educação com o software Modellus. **Repositório da Universidade Federal do Ceará**, 2013. Disponível em: https://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/47526/1/2013_capliv_fhlvasconcelos.pdf. Acesso em: 04 nov. 2023.

WILCOX, B. R.; LEWANDOWSKI, H. J. **Recommendations for the use of digital tools in physics education**. Boulder: Physics Education Technology, 2016.